

Analisis Regresi Linear Ganda

Ali Muhson

Memilih Teknik Analisis

Independent Var.	Dependent Var.	Test
Nominal	Interval	Independent t-test, ANOVA
Nominal	Nominal	Cross Tabs, Chi Square, dan Koefisien Kontingensi
Nominal	Ordinal	Mann Whitney, Kolmogorov-Smirnow, Kruskal Wallis
Ordinal	Ordinal	Rho Spearman, Tau Kendall
Interval	Interval	Regresi, Korelasi Pearson
Interval	Nominal	Analisis Diskriminan, Logit, Probit Regression

Regresi Ganda

□ Regresi ganda lebih populer di kalangan ilmu sosial karena:

- Banyak gejala sosial yang disebabkan oleh lebih dari satu variabel
- Sulit untuk melakukan eksperimen dengan melakukan pengendalian terhadap semua variabel yang berpengaruh
- Ilmuwan sosial harus membuat model yang kompleks untuk menjelaskan fenomena

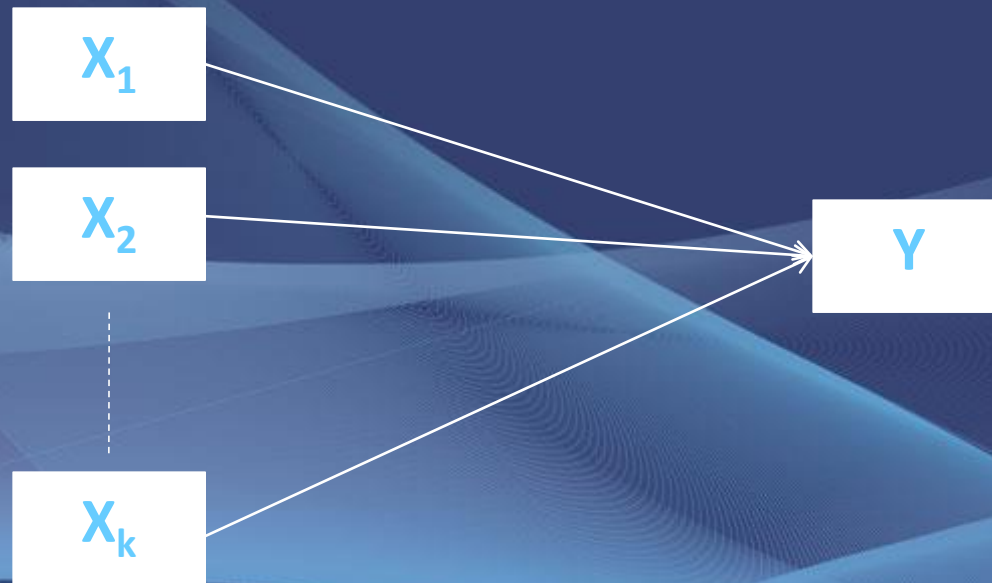
Regresi Ganda

□ Dengan regresi ganda kita dapat:

- Memasukkan banyak variabel untuk menjelaskan suatu variabel terikat
- Menguji pengaruh secara simultan maupun parsial melalui model persamaan matematis yang dibuat
- Mengendalikan pengaruh variabel lain ketika menjelaskan hubungan sebuah variabel dengan variabel terikat

Regresi Linear Ganda

- Melibatkan lebih dari satu variabel bebas dan satu variabel terikat



Persamaan Garis

- Populasi:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

- Sampel:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k + e$$

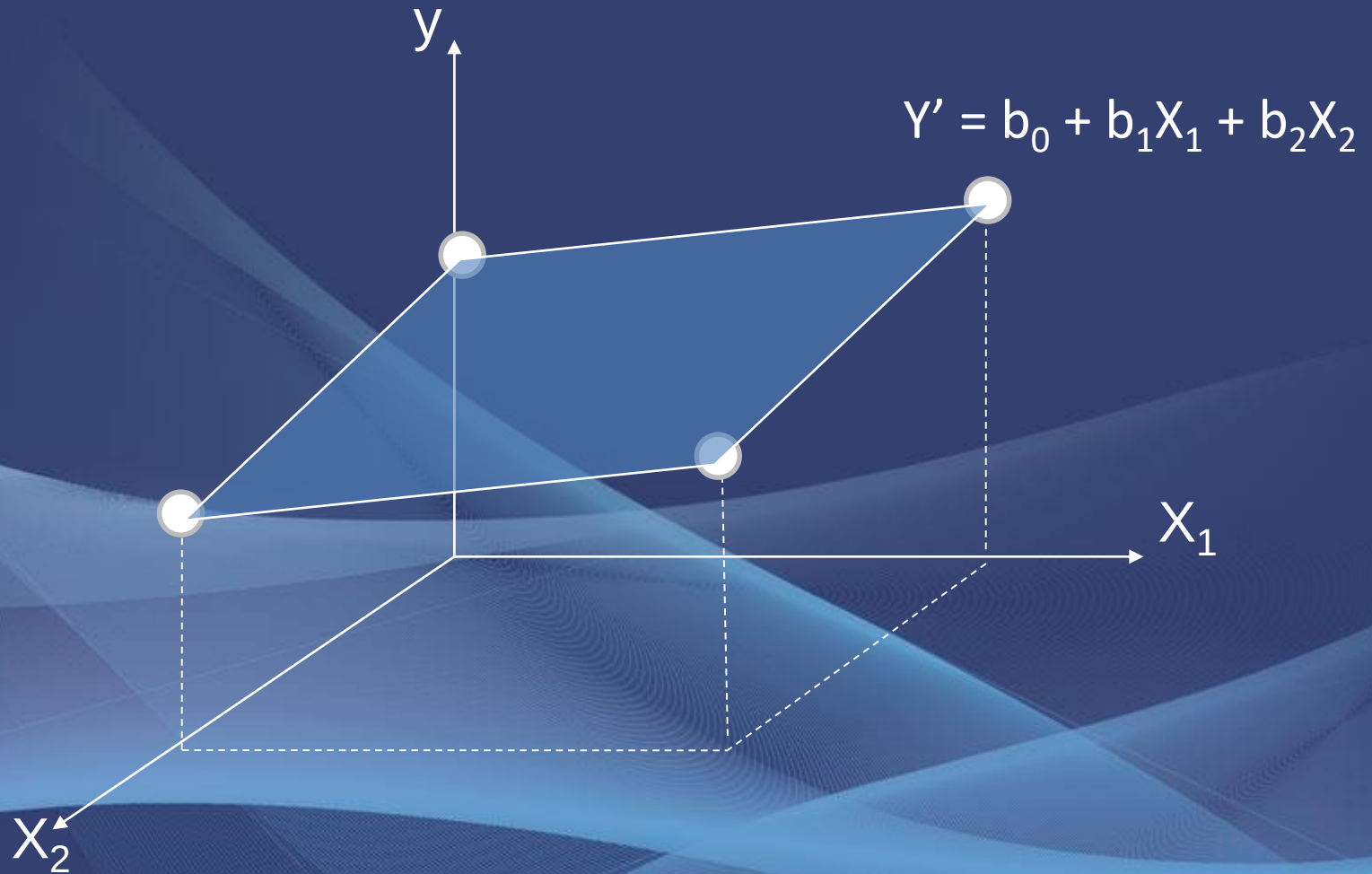
Contoh Permasalahan

- Benarkah bahwa secara simultan motivasi belajar dan lingkungan berpengaruh terhadap prestasi belajar?
 - Apakah secara parsial motivasi belajar berpengaruh terhadap prestasi belajar?
 - Apakah secara parsial lingkungan berpengaruh terhadap prestasi belajar?

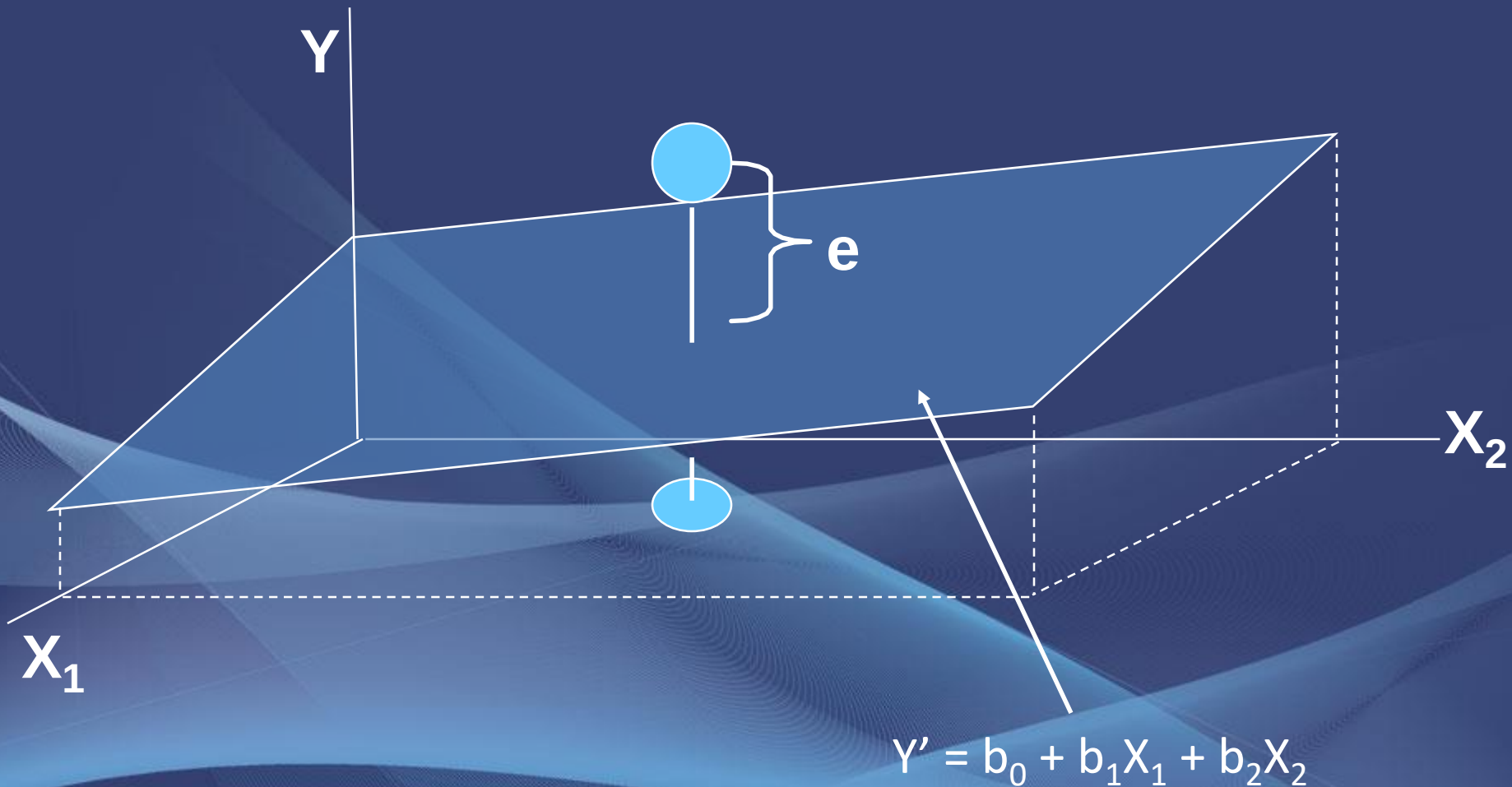
Model Hubungan



Scatter Diagram



Garis Regresi Ganda



Menghitung Persamaan

Metode Kuadrat Terkecil (Ordinary Least Square = OLS):

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum X_1 Y = b_0 \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 \dots \dots (2)$$

$$\sum X_2 Y = b_0 \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2 \dots \dots (3)$$

Contoh

No	X1	X2	Y
1	6	5	4
2	6	6	5
3	5	5	4
4	7	7	6
5	8	7	7
6	8	8	9
7	9	7	9
8	7	7	6
9	9	7	6
10	9	6	9
11	6	6	6
12	9	6	8

- Bagaimana pengaruh motivasi belajar dan lingkungan keluarga terhadap prestasi belajar mahasiswa? (Gunakan taraf signifikansi 5%)

Contoh Perhitungan

No	X1	X2	Y	$X1^2$	$X2^2$	Y^2	X_1Y	X_2Y	X_1X_2
1	6	5	4	36	25	16	24	20	30
2	6	6	5	36	36	25	30	30	36
3	5	5	4	25	25	16	20	20	25
4	7	7	6	49	49	36	42	42	49
5	8	7	7	64	49	49	56	49	56
6	8	8	9	64	64	81	72	72	64
7	9	7	9	81	49	81	81	63	63
8	7	7	6	49	49	36	42	42	49
9	9	7	6	81	49	36	54	42	63
10	9	6	9	81	36	81	81	54	54
11	6	6	6	36	36	36	36	36	36
12	9	6	8	81	36	64	72	48	54
Jml	89	77	79	683	503	557	610	518	579

Persamaan Garis

- Hitunglah persamaan garis regresi tersebut!

Persamaan Garis

- Hitunglah persamaan garis regresi tersebut!

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \\ &= -2,934 + 0,896 X_1 + 0,447 X_2\end{aligned}$$

Penafsiran Persamaan

$$\hat{Y}_i = -2,934 + 0,896X_1 + 0,447X_2$$

- Jika skor motivasi belajar naik sebesar 1 point sementara lingkungan keluarga tetap maka prediksi skor prestasi belajar akan naik sebesar 0,896
- Jika skor lingkungan keluarga naik sebesar 1 point sementara motivasi belajar tetap maka prediksi skor prestasi belajar akan naik sebesar 0,447

Prosedur Pengujian

- Uji simultan:
 - Menguji pengaruh variabel bebas secara simultan terhadap variabel terikat
 - Pengujian dilakukan dengan uji F
- Uji parsial:
 - Pengujian dilakukan hanya bila hasil uji F signifikan
 - Menguji pengaruh variabel bebas secara parsial terhadap variabel terikat.
 - Pengujian dilakukan dengan uji t

Uji Simultan

- **Hipotesis:**

- Model 1

- $H_0 : \beta_1 = \beta_2 \dots \beta_k = 0$

- $H_a : \beta_1 \neq 0 \text{ atau } \beta_2 \neq 0 \dots \text{ atau } \beta_k \neq 0$

- Model 2

- $H_0 : \rho = 0$

- $H_a : \rho \neq 0$

Koefisien Determinasi

$$R^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = \frac{\text{Jumlah Kuadrat Regresi}}{\text{Jumlah Kuadrat Total}}$$

Koefisien determinasi (R^2) mengukur proporsi varians Y yang dapat dijelaskan oleh X melalui model.

Koefisien Determinasi

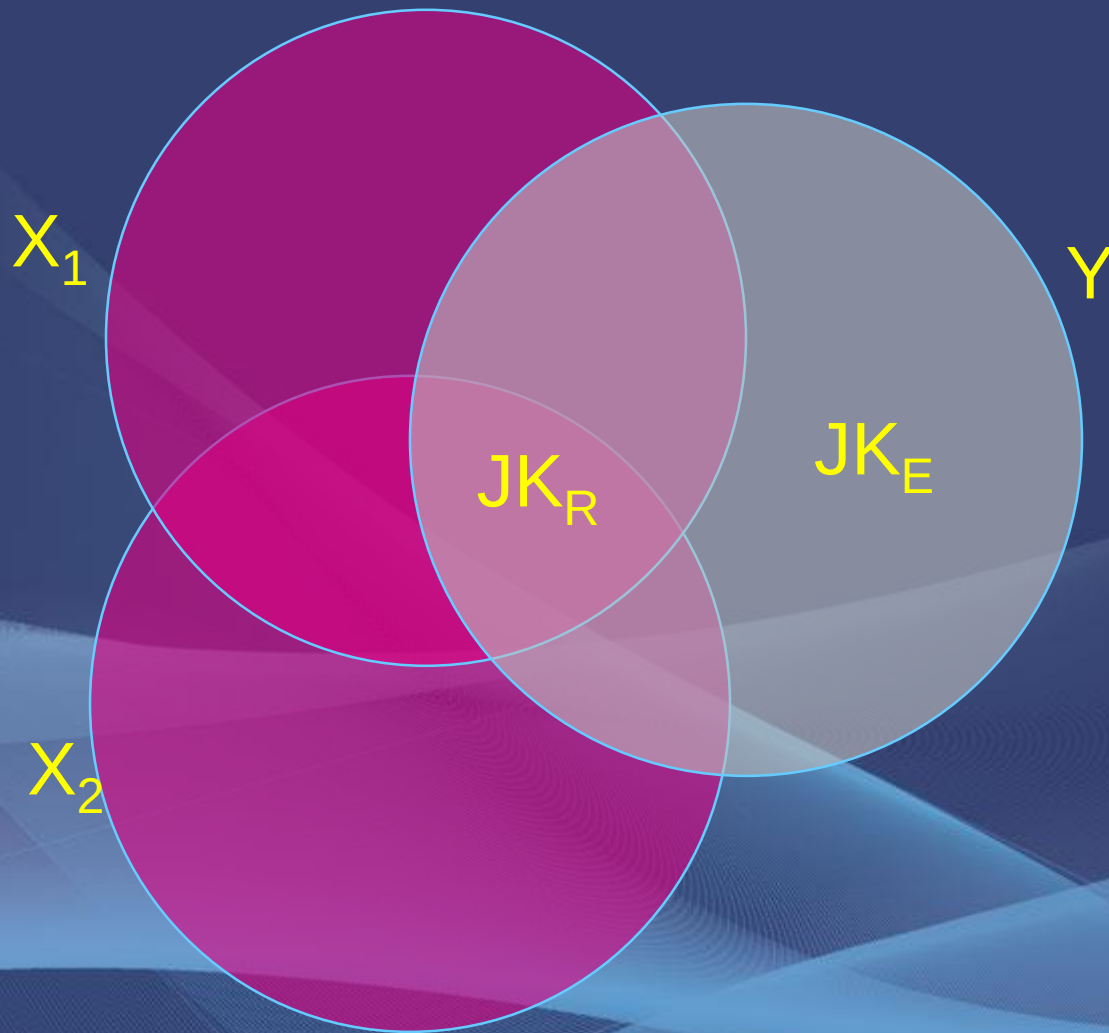
$$R_{y12..k}^2 = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

$$R_{y12..k}^2 = \frac{b_1 \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y + \dots + b_k \sum x_k y}{\sum y^2}$$

$$\sum xy = \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}$$

$$\sum y^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}$$

Total Varians



Uji Simultan

- Menghitung nilai F:

$$F = \frac{R^2(n - k - 1)}{k(1 - R^2)}$$

– Cara lain menggunakan Tabel ANOVA:

- Nilai Kritis $F_{(\alpha; k; n - k - 1)}$

Tabel ANOVA

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat (JK)	db	Rerata Kuadrat (RK)	F
Regresi	$\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2$	k	JK_R/db_R	RK_R/RK_E
Error/ Residu	$\sum (Y - \hat{Y})^2$	$n - k - 1$	JK_E/db_E	-
Total	$\sum (Y - \bar{Y})^2$	$n - 1$	JK_T/db_T	-

Uji Parsial

- Menguji masing-masing koefisien garis regresi
- Digunakan uji t

Uji Parsial

- **Apakah motivasi belajar berpengaruh secara parsial terhadap prestasi belajar?**

$H_0: \beta_1 = 0$ (tidak ada hubungan/pengaruh)

$H_a: \beta_1 \neq 0$ (Ada hubungan/pengaruh)

- **Apakah lingkungan keluarga berpengaruh secara parsial terhadap prestasi belajar?**

$H_0: \beta_2 = 0$ (tidak ada hubungan/pengaruh)

$H_a: \beta_2 \neq 0$ (Ada hubungan/pengaruh)

Menguji Koefisien Garis

$$t_i = \frac{b_i - \beta_i}{SE_{b_i}}$$

$$SE_{b_i} = \sqrt{\frac{RK_E}{\left(\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right) (1 - R_{ij}^2)}}$$

- t tabel diperoleh dengan **db = n - k - 1**
- R_{ij}^2 adalah koefisien determinasi yang diperoleh dari persamaan regresi X_i atas X yang lainnya (X_i sebagai variabel terikat dan X lainnya sebagai variabel bebas)

Estimasi Parameter

- Estimasi koefisien garis regresi dapat dihitung dengan rumus:

$$b_i - (t_i)(SE_{bi}) \leq \beta_i \leq b_i + (t_i)(SE_{bi})$$

Contoh Hasil Analisis

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.848 ^a	.719	.657	1.07351
a. Predictors: (Constant), Lingkungan Keluarga, Motivasi Belajar				

ANOVA ^a						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	26.545	2	13.272	11.517	.003 ^b
	Residual	10.372	9	1.152		
	Total	36.917	11			
a. Dependent Variable: Prestasi Belajar						
b. Predictors: (Constant), Lingkungan Keluarga, Motivasi Belajar						

Contoh Hasil Analisis

Coefficients ^a						
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-2.934	2.373		-1.236	.248
	Motivasi Belajar	.896	.269	.706	3.329	.009
	Lingkungan Keluarga	.447	.432	.220	1.035	.327

a. Dependent Variable: Prestasi Belajar

Persamaan Garis Regresi: $Y = -2,934 + 0,896 X_1 + 0,447X_2$

Persyaratan

- Data berdistribusi normal atau residual berdistribusi normal → uji normalitas
- Hubungan antara variabel bebas dan terikat bersifat linear → uji linearitas
- Tidak terjadi kolinearitas/multikolinearitas (hubungan yang kuat antarvariabel bebas) → uji kolinearitas/multikolinearitas
- Tidak terjadi heteroskedastisitas (varians error tidak homogen) → uji homoskedastisitas
- Khusus data time series, tidak terjadi otokorelasi (error tidak terbebas dari error lainnya)