



Analisis Regresi Linear Sederhana

Ali Muhson

Pendahuluan

- Menggunakan metode statistik berdasarkan data yang lalu untuk memprediksi kondisi yang akan datang
- Menggunakan pengalaman, pernyataan ahli dan survei untuk memprediksi keadaan mendatang

Mengapa Memprediksi?

- Untuk menyusun perencanaan yang matang
- Untuk memastikan kondisi mendatang
- Untuk menemukan strategi yang tepat bagi perbaikan kondisi yad
- Untuk mengurangi risiko/pembiayaan

Analisis Regresi

- Analisis regresi dapat digunakan untuk membuat model kausalitas dalam memprediksi
- X untuk memprediksi Y
- X = independent variable
- Y = dependent variable

Regresi Linear Sederhana

- Hanya melibatkan satu variabel bebas dan satu variabel terikat
- Perubahan yang terjadi pada variabel bebas digunakan untuk memprediksi perubahan pada variabel terikat

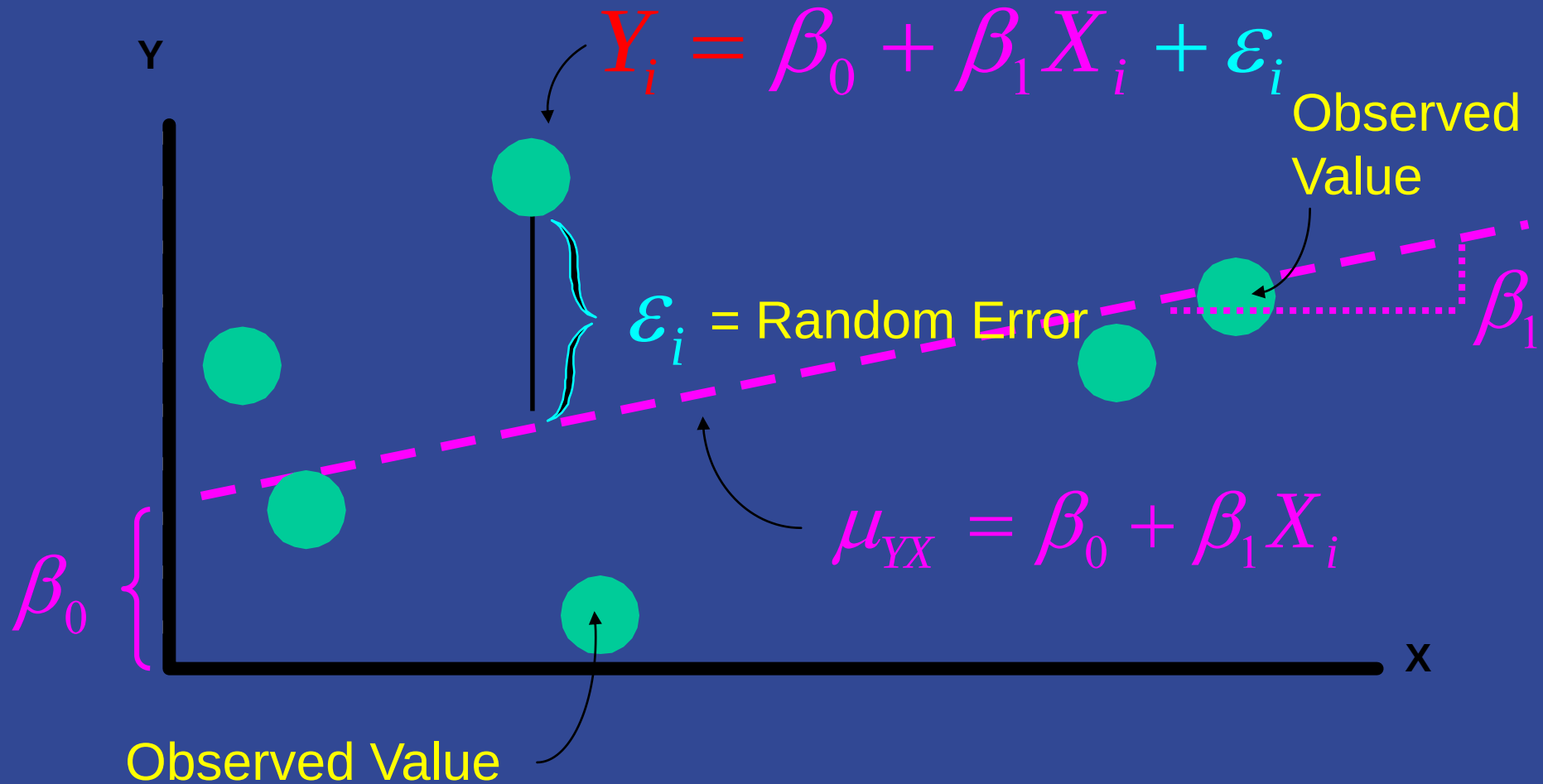
Persamaan Garis (Populasi)

The diagram illustrates the population regression equation $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ with the following labels and arrows:

- Population Y intercept**: Points to β_0 .
- Population Slope Coefficient**: Points to β_1 .
- Random Error**: Points to ε_i .
- Dependent (Response) Variable**: Points to Y_i .
- Population Regression Line**: A bracket under $\beta_0 + \beta_1 X_i$ points to this label.
- Independent (Explanatory) Variable**: Points to X_i .

The equation is displayed with Y_i in red, β_0 and β_1 in pink, X_i in pink, and ε_i in cyan.

Bagaimana menemukan Garis?



Persamaan Garis (Sampel)

Sample
Y Intercept

Sample
Slope
Coefficient

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i$$

Residual

b_0 digunakan mengestimasi β_0

b_1 digunakan mengestimasi β_1

Sample
Regression
Line

Menghitung Persamaan

Metode Kuadrat Terkecil (Ordinary Least Square = OLS):

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum X$$

$$\sum XY = b_0 \sum X + b_1 \sum X^2$$

Menghitung Persamaan

- Berdasarkan rumus OLS ditemukan:

$$b_1 = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum Y}{n} - b_1 \frac{\sum X}{n}$$
$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

Contoh

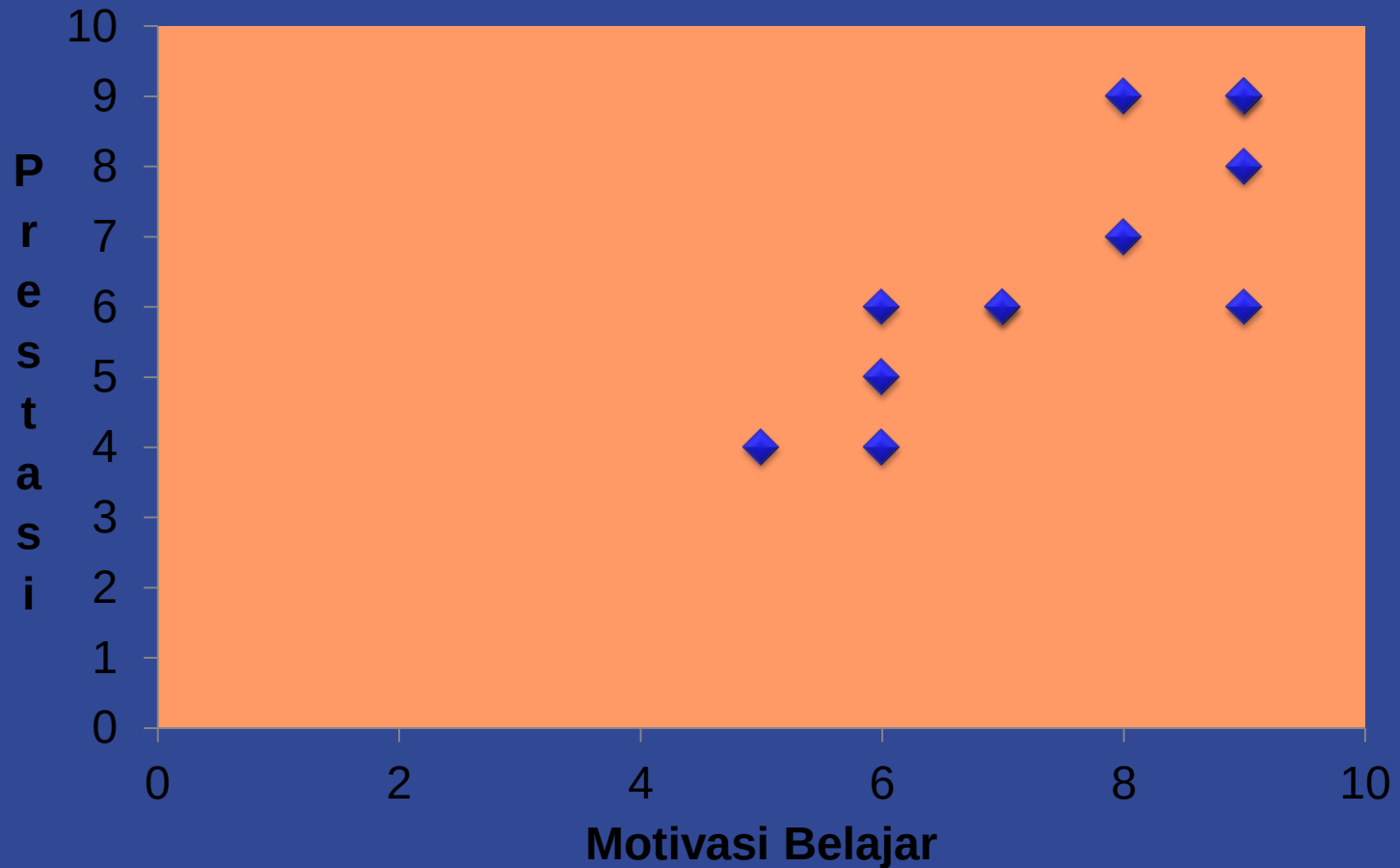
No	X	Y
1	6	4
2	6	5
3	5	4
4	7	6
5	8	7
6	8	9
7	9	9
8	7	6
9	9	6
10	9	9
11	6	6
12	9	8

Bagaimana pengaruh motivasi belajar terhadap prestasi belajar mahasiswa? Apakah berpengaruh positif atau negatif? (Gunakan taraf signifikansi 5%)

Contoh Perhitungan

No	X	Y	X ²	Y ²	XY
1	6	4	36	16	24
2	6	5	36	25	30
3	5	4	25	16	20
4	7	6	49	36	42
5	8	7	64	49	56
6	8	9	64	81	72
7	9	9	81	81	81
8	7	6	49	36	42
9	9	6	81	36	54
10	9	9	81	81	81
11	6	6	36	36	36
12	9	8	81	64	72
Jml	89	79	683	557	610

Scatter Diagram



Persamaan Garis

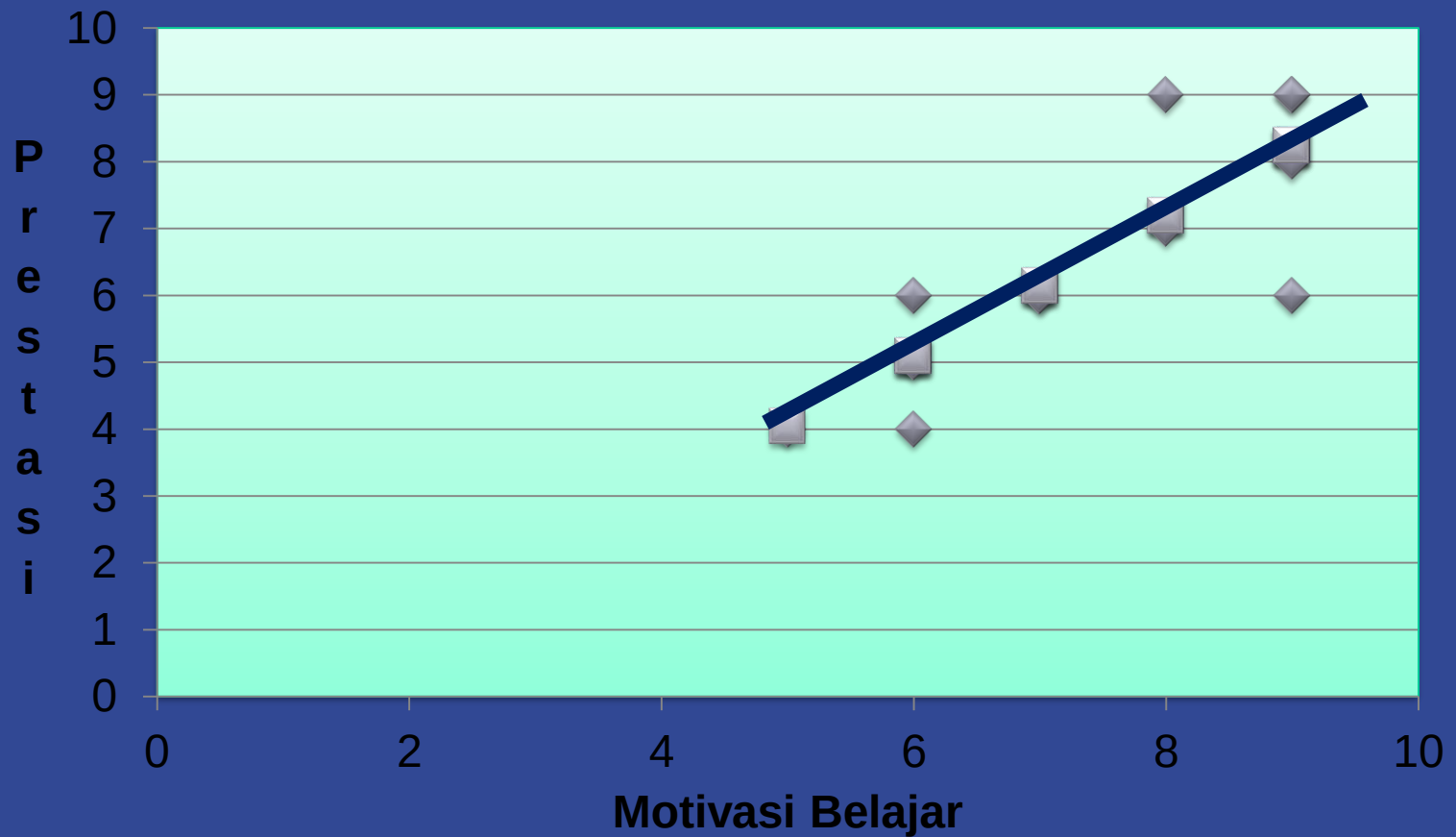
- Hitunglah persamaan garis regresi tersebut!

Persamaan Garis

- Hitunglah persamaan garis regresi tersebut!

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= b_0 + b_1 X_i \\ &= -1,21 + 1.05 X_i\end{aligned}$$

Garis Regresi



Penafsiran Persamaan

$$\hat{Y}_i = -1,21 + 1,05X_i$$

Koefisien garis sebesar 1,05 menunjukkan bahwa setiap kenaikan X sebanyak satu satuan, prediksi rata-rata Y akan naik sebesar 1,05 satuan.

Jadi jika skor motivasi belajar naik sebesar 1 point akan mengakibatkan kenaikan prediksi skor prestasi belajar sebesar 1,05

Menguji Koefisien Garis

- Digunakan uji t

Apakah motivasi belajar berpengaruh terhadap prestasi belajar?

$H_0: \beta_1 = 0$ (tidak ada hubungan/pengaruh)

$H_a: \beta_1 \neq 0$ (Ada hubungan/pengaruh)

Menguji Koefisien Garis

• Uji Statistik:

$$t = \frac{b_1 - \beta_1}{SE_{b_1}}$$

Di mana

$$SE_{b_1} = \sqrt{\frac{RK_E}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

$$RK_E = \frac{JK_E}{n - k - 1}$$

t tabel diperoleh dengan **db = n - 2**

Estimasi Parameter

- Estimasi koefisien garis regresi dapat dihitung dengan rumus:

$$b_1 - (t)(SE) \leq \beta_1 \leq b_1 + (t)(SE)$$

Koefisien Determinasi

$$r^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = \frac{\text{Jumlah Kuadrat Regresi}}{\text{Jumlah Kuadrat Total}}$$

Koefisien determinasi (r^2) mengukur proporsi varians Y yang dapat dijelaskan oleh X melalui model.

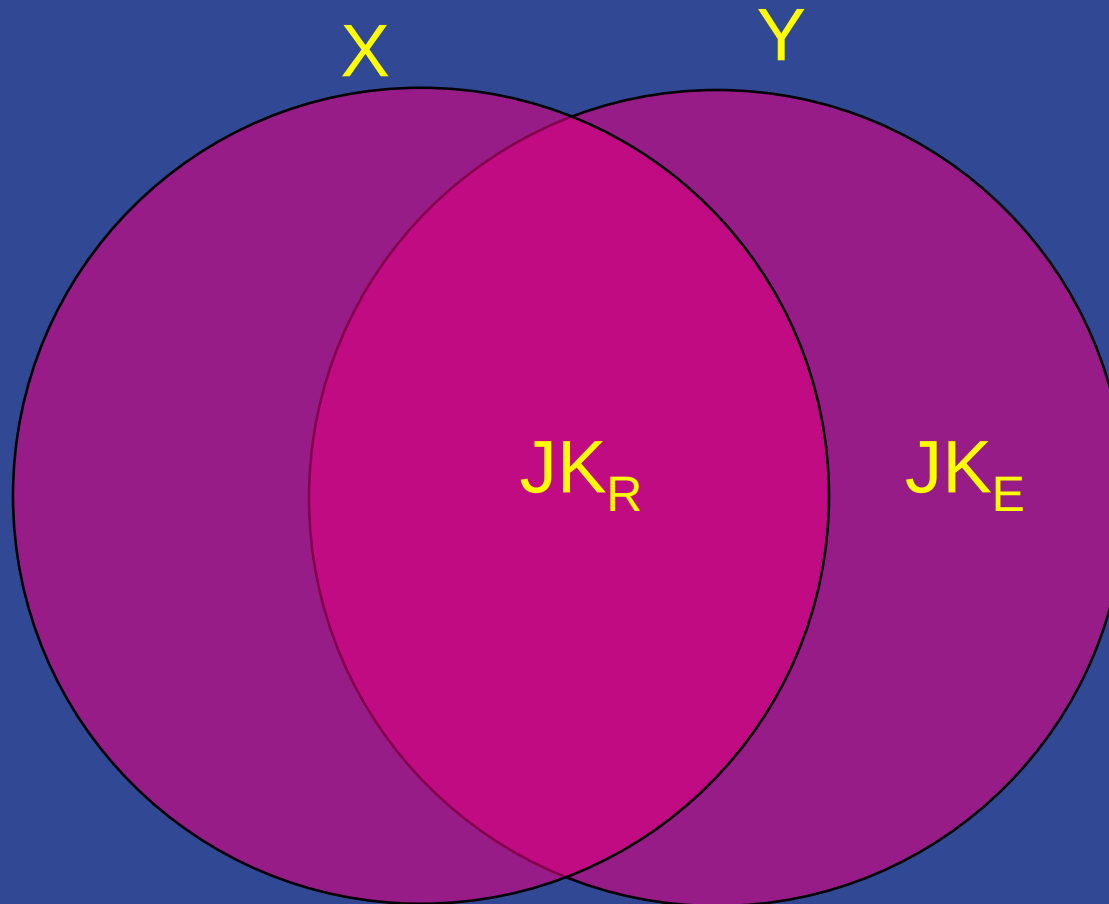
Koefisien Determinasi

$$r^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

• Hitunglah koefisien determinasinya!

$$r^2 = \frac{b_1 \left\{ \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} \right\}}{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}}$$

Total Varians



Menguji r^2

$$F = \frac{r^2(n - k - 1)}{k(1 - r^2)}$$

- k = banyaknya variabel bebas
- F tabel (α ; k ; $n - k - 1$)
- Untuk **Regresi sederhana**, nilai F di atas sama dengan nilai t^2 yang diperoleh dari hasil pengujian koefisien garis regresi

Total Varians

- $SS_T = SS_R + SS_E$ atau
- $JK_T = JK_R + JK_E$
- $db_R = k$
- $db_E = n - k - 1$
- $db_T = n - 1$

Keterangan:

SS_T = Total sum of square

SS_R = Regression sum of square

SS_E = Error sum of square

JK_T = Jumlah Kuadrat Total

JK_R = Jumlah Kuadrat Regresi

JK_E = Jumlah Kuadrat Error

k = Banyaknya variabel bebas

Tabel Analysis Of Variance (ANOVA)

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat (JK)	db	Rerata Kuadrat (RK)	F
Regresi	$\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2$	k	JK_R/db_R	RK_R/RK_E
Error/ Residu	$\sum (Y - \hat{Y})^2$	$n - k - 1$	JK_E/db_E	-
Total	$\sum (Y - \bar{Y})^2$	$n - 1$	JK_T/db_T	-

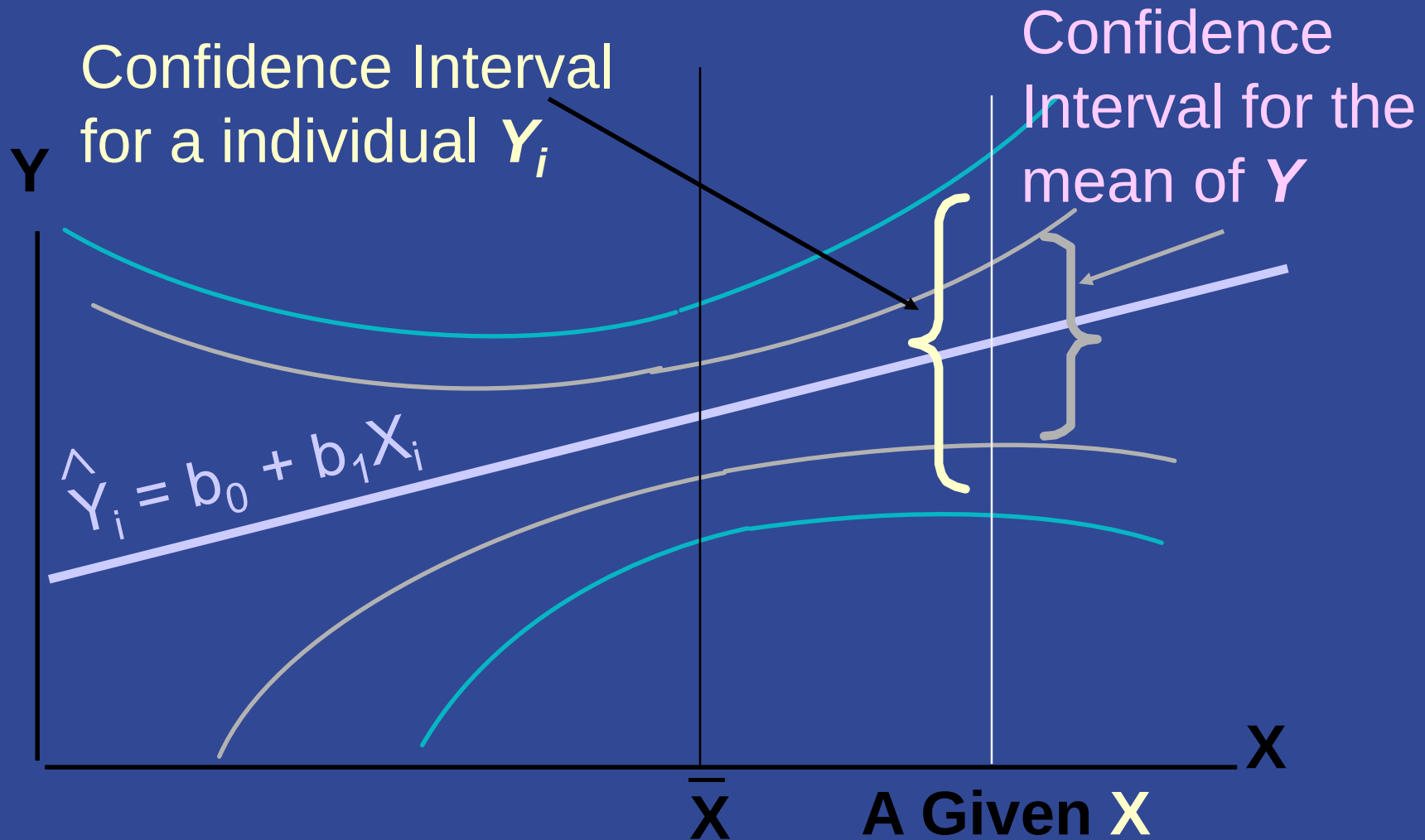
PR

- Menghitung koefisien determinasi.
- Menghitung tabel ANOVA
- Menghitung nilai F dan t lalu buktikan bahwa $F = t^2$
- Ujilah apakah motivasi belajar berpengaruh terhadap prestasi belajar! (taraf nyata 5%)
- Jika seorang mahasiswa memiliki skor motivasi sebesar 7, berapakah prediksi nilai prestasi belajarnya?



Interval Keyakinan Prediksi Y

Interval Keyakinan



Interval Keyakinan

- Prediksi rerata Y

$$\hat{Y}_i \pm (t) \left(S_{yx} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2}} \right)$$

- Prediksi nilai Y:

$$\hat{Y}_i \pm (t) \left(S_{yx} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2}} \right)$$

Contoh

Jika diketahui seorang mahasiswa memiliki skor motivasi sebesar 8, hitunglah:

- Interval kepercayaan rerata prestasi yang dicapainya!
- Interval kepercayaan prestasi yang dicapainya!

Contoh Hasil Analisis

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.828 ^a	.686	.654	1.07737

a. Predictors: (Constant), Motivasi Belajar

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	25.309	1	25.309	21.805	.001 ^b
	Residual	11.607	10	1.161		
	Total	36.917	11			

a. Dependent Variable: Prestasi Belajar

b. Predictors: (Constant), Motivasi Belajar

Contoh Hasil Analisis

Coefficients ^a						
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-1.211	1.698		-.713	.492
	Motivasi Belajar	1.051	.225	.828	4.670	.001

a. Dependent Variable: Prestasi Belajar

Persamaan Garis Regresi: $Y = -1,211 + 1,051 X$

PR

Sebuah penelitian terhadap 98 karyawan ingin mengetahui hubungan antara motivasi kerja (X) dan produktivitas kerja (Y). Hasil penelitian tersebut diperoleh $\Sigma X = 8.088$, $\Sigma Y = 7.276$, $\Sigma XY = 603.205$, $\Sigma X^2 = 680.926$, dan $\Sigma Y^2 = 546.976$.

- Tentukan persamaan garis regresinya dan jelaskan maknanya!
- Hitunglah harga koefisien korelasi dan koefisien determinasi! Jelaskan maknanya!
- Apakah ada hubungan yang positif antara motivasi kerja dan produktivitas kerja? Ujilah dengan menggunakan taraf signifikansi 5%!