

DISTRIBUSI NORMAL

Saudara mahasiswa sekalian, topik daring yang kedua ini adalah distribusi normal. Sebelumnya kita sudah mempelajari pengetahuan tentang distribusi binomial. Topik distribusi normal terbagi menjadi tiga bagian, yaitu: (1) kurva normal dan daerah kurva normal, (2) membaca tabel kurva normal (Tabel Z), dan (3) distribusi peluang normal dan penerapannya.

Bagian 1. Kurva Normal dan Daerah Kurva Normal

Untuk memulai kuliah ini, mari lebih dulu mengingat kembali beberapa hal dari pelajaran-pelajaran sebelumnya. Pertama, kita ingat kembali pengertian tentang distribusi data, yaitu serangkaian nilai yang menunjukkan variasi. Sebagai contoh, daftar nilai seni rupa hasil ulangan tengah semester pada sebuah kelas merupakan distribusi nilai ulangan siswa. Contoh yang lain, jika kita buat daftar jumlah guru seni rupa SMP di setiap kecamatan Kotamadya Yogyakarta, kita menghasilkan distribusi data jumlah guru seni rupa per kecamatan di Kotamadya Yogyakarta. Apakah daftar nama siswa atau daftar kecamatan saja sudah merupakan suatu distribusi? Tentu saja bukan, karena belum ada nilai yang menyertainya.

Kedua, mengenai jenis sifat data, kita ingat bahwa sifat data itu sesuai dengan jenis variabelnya. Kita sudah mengenal istilah variabel diskrit atau pilah dan variabel kontinyu. Mari kita tinjau ulang kedua jenis variabel ini.

Pertama, tentang data variabel diskrit, kita tentu ingat bahwa terdapat dua jenis variabel diskrit, yaitu variabel nominal dan variabel ordinal. Variabel nominal sifatnya kategoris saja, sedangkan variabel ordinal selain sifatnya kategoris juga berskala ordinal atau dapat diurutkan. Variabel nominal, misalnya jenis kelamin, asal sekolah, atau frekuensi siswa mengunjungi perpustakaan. Data variabel nominal ini adalah berapa jumlah pria, berapa jumlah wanita, berapa siswa lulusan SMA, berapa siswa lulusan SMK, dan berapa kali siswa mengunjungi perpustakaan. Nilai variabel nominal jelas tidak mungkin merupakan bilangan pecahan, tetapi pasti bilangan bulat. Dengan demikian distribusi data variabel nominal merupakan distribusi nilai berupa bilangan bulat. Pengetahuan tentang distribusi data diskrit ini sudah kita pelajari pada kuliah sebelumnya, yaitu distribusi probabilitas binomial atau disingkat distribusi binomial saja. (Sebagai catatan di sini, pengetahuan tentang distribusi data ordinal atau berjenjang akan dibahas dalam materi tersendiri).

Kedua, tentang variabel kontinyu, kita tentu juga ingat tentang istilah variabel interval dan variabel rasio. Perbedaan keduanya bahwa variabel rasio memiliki nilai nol mutlak, sedangkan nilai nol pada variabel interval sifatnya relatif atau tidak mutlak. Umur, berat, atau tinggi badan merupakan variabel rasio, karena memiliki nol mutlak, sedangkan suhu badan tidak memiliki nol mutlak, tergantung termometer apa yang kita gunakan untuk mengukurnya. Perlu diingat juga, bahwa semua variabel hasil pengukuran psikologis, seperti, minat, kecerdasan, dan juga hasil ulangan atau ujian merupakan variabel interval, karena pada dasarnya tidak memiliki nilai nol mutlak.

Variabel interval atau rasio merupakan variabel kontinyu, karena memiliki nilai yang sifatnya kontinyu, bukan pilah atau diskrit. Nilai yang kontinyu artinya nilai yang variasinya tidak terbatas atau tidak berhingga. Sebagai contoh, antara nilai “0” sampai “1”, terdapat 0,1,

0,2, 0,3 dst., antara 0 sampai 0,1 terdapat 0,01, 0,02, 0,03 dst., antara 0 sampai 0,01 terdapat 0,001, 0,002, 0,003 dst., demikian seterusnya. Jadi, jelas bahwa variabel interval dan variabel rasio merupakan variabel kontinyu, karena memiliki nilai bilangan pecahan. Sekali lagi, pemahaman tentang variabel atau data kontinyu ini sangat penting sebelum kita belajar tentang distribusi normal.

Nah, sekarang kita akan mempelajari pengetahuan tentang distribusi normal yaitu distribusi data yang nilainya bersifat kontinyu. Seperti telah pahami juga, istilah “normal” di sini terkait dengan asumsi bahwa setiap gejala kuantitatif atau dapat dihitung di dalam semesta ini secara alami dalam keadaan normal. Artinya bahwa gejala kuantitatif pada umumnya memiliki variasi nilai yang memiliki kecenderungan tengah (tendensi sentral). Kebanyakan nilai gejala cenderung berada di sekitar rerata (*mean*), sedangkan semakin jauh nilai dari nilai rata-rata semakin sedikit jumlah atau frekuensinya. Gejala ini sudah kita kenal dalam pengetahuan tentang distribusi binomial, yang merupakan distribusi data diskrit atau pilah.

Selanjutnya, khususnya untuk distribusi data kontinyu, distribusi tersebut dikenal sebagai distribusi normal atau disebut juga distribusi Gauss (*Gaussian distribution*), sesuai dengan nama penemunya Carl Friedrich Gauss dari Jerman pada abad ke-19. Distribusi ini paling banyak digunakan dalam analisis statistik. Distribusi ini juga disebut kurva lonceng karena grafik fungsi kepekatan probabilitasnya menyerupai bentuk lonceng. Dalam matematika, kurva normal merupakan grafik fungsi dengan rumus berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Keterangan:

$f(x)$ = nilai ordinat yang mempunyai
batas $-\infty < x < +\infty$

π = konstanta = 3,1416

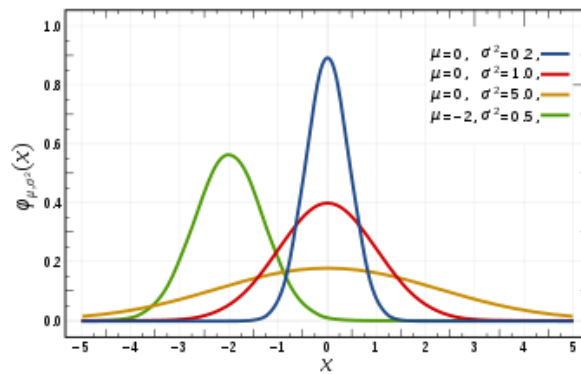
e = bilangan natural = 2,7183

σ = standar deviasi x

μ = rerata x

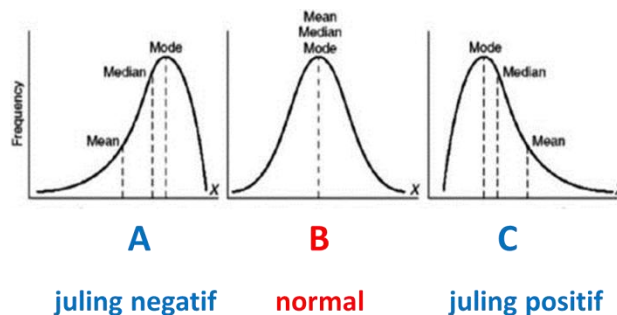
Rumus ini sangat kompleks, tetapi yang penting kita mengetahui bahwa nilai $f(x)$ atau “ y ” atau ditentukan oleh nilai rerata dan standar deviasi x . Selain itu, nilai ordinat y di sini juga ditentukan oleh bilangan konstan π dan e . Kita sudah mengenal π sejak kita belajar menghitung keliling dan luas lingkaran, yaitu 3,14 atau 22/7. adapun e adalah bilangan natural yang nilainya 2,7183. Nilai x di sini berkisar dari minus tak berhingga sampai plus tak berhingga. Selain itu, kalau kita ingat pelajaran di SMA, persamaan yang memiliki unsur kuadrat, merupakan fungsi lengkung, bukan fungsi linier, artinya jika digambarkan bentuknya berupa garis lengkung atau kurva. Nah, grafik lengkung atau kurva dari $f(x)$ tersebut ternyata berbentuk seperti lonceng. Satu hal lagi, juga seperti dipelajari di SMA, luas bidang yang dibatasi garis lengkung dengan sumbu x merupakan integral dari persamaan itu.

Bentuk distribusi normal seperti pada gambar ini.



Distribusi normal merupakan model atau gambaran konseptual bahwa fenomena atau gejala kuantitatif, baik dalam ilmu alam maupun ilmu sosial menunjukkan keadaan normal. Perhatikan bahwa kurva normal berbentuk simetris seperti genta, dengan rerata di tengahnya. Seperti terlihat pada gambar di atas, terdapat tiga jenis kurva normal menurut keruncingannya, yaitu kurva normal standar (warna merah), kurva normal platikurtik (warna kuning) dan kurva normal leptokurtik (warna hijau). Kurva leptokurtik memiliki puncak yang tinggi, sedangkan kurva platikurtik puncaknya rendah atau landai.

Distribusi normal juga berarti bahwa distribusi itu tidak menceng atau juling seperti ditunjukkan pada gambar ini. Perhatikan gambar berikutnya. Kurva atau grafik lengkung pada Gambar A dan C menunjukkan distribusi yang menceng atau juling, sedangkan kurva pada Gambar B menunjukkan distribusi normal. Kejulungan pada Gambar A disebut kejulungan negatif, sedangkan kejulungan pada Gambar C disebut kejulungan positif. Pada distribusi normal (Gambar B), rerata (*mean*), *median*, dan modus berada di tengah persis dari sebaran nilai X . Pada distribusi juling negatif (Gambar A), median atau modus berada di atas rerata. Pada distribusi juling positif (Gambar C), media atau modus berada di bawah rerata. (Sebagai catatan, mengenai keruncingan dan kejulungan, kedua hal ini akan dibahas lebih lanjut pada kesempatan nanti ketika kita menggunakan program komputer SPSS).



Kembali kepada distribusi normal, ada dua jenis distribusi normal, yaitu distribusi normal biasa dan distribusi normal standar atau distribusi normal baku. Distribusi normal baku adalah distribusi normal yang memiliki nilai standar dengan rata-rata = 0 dan simpangan baku = 1. Nilai standar atau disebut skor Z adalah merupakan suatu ukuran yang menentukan seberapa besar jarak suatu nilai (dari observasi suatu set sample) terhadap reratanya dalam satuan standar deviasinya. Nilai atau skor standar dilambangkan dengan huruf “ z ”, yang ditentukan dengan konversi skor mentah dengan rumus berikut.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Keterangan:

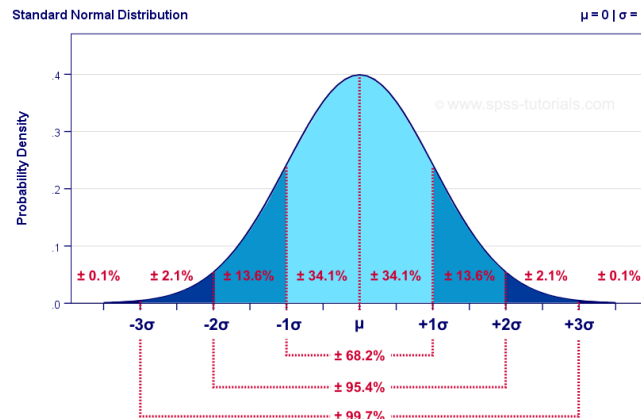
z = skor standar

x = skor mentah

μ = rerata

σ = simpangan baku

Dalam statistika, kebanyakan pengujian hipotesis didasarkan pada asumsi atau anggapan dasar bahwa data yang akan dianalisis dalam keadaan normal. Istilah yang digunakan adalah “normalitas data”. Mari kita lihat ciri-ciri khusus distribusi normal standar, seperti ditunjukkan pada gambar berikutnya.



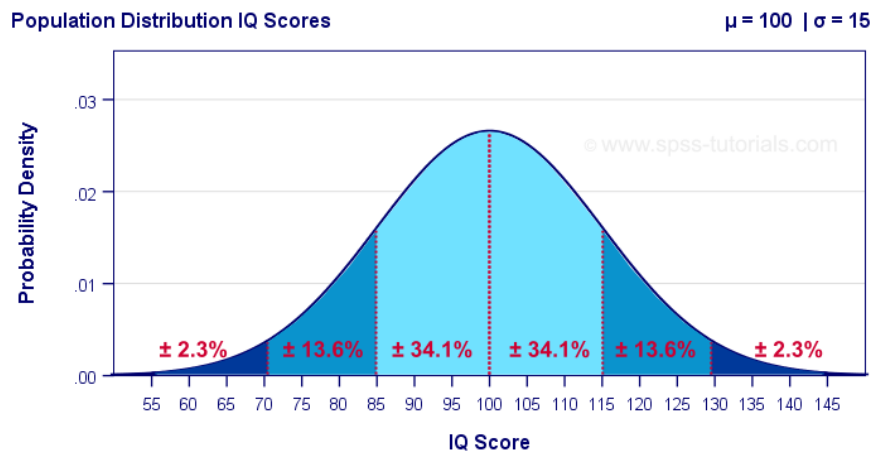
Pertama, pada distribusi normal standar, terdapat enam standar deviasi atau simpangan baku yang dilambangkan dengan “ σ ” (*sigma*) dan rerata yang dilambangkan dengan μ (*miu*). Tiga standar deviasi dengan nilai negatif (-1σ , -2σ , dan -3σ) berada di bawah rerata dan tiga standar deviasi dengan nilai positif ($+1\sigma$, $+2\sigma$, dan $+3\sigma$) berada di atas rerata.

Kedua, lihat daerah yang dibatasi oleh garis absis (horizontal) dengan kurva atau grafik lengkung. Sesuai dengan konsep probabilitas Seluruh daerah ini memiliki luas 99,7% atau hampir 100%. Mengapa tidak 100%, karena kurva tersebut sesungguhnya memotong di tempat yang tidak berhingga, baik pada arah negatif maupun pada arah positif. Luas daerah antara -1σ dan $+1\sigma$ adalah 68,2%, luas daerah antara -2σ dan $+2\sigma$ adalah 95,4%, adapun luas daerah antara -3σ dan $+3\sigma$ adalah 99,7%. Perlu ditegaskan, bahwa nilai-nilai persentase tersebut dikonsepsikan sebagai nilai peluang atau probabilitas.

Mengenai contoh penerapan distribusi normal, mari kita lihat gambar berikutnya. Gambar ini menunjukkan distribusi skor indeks kecerdasan atau IQ, yang memiliki rentang antara 55 sampai 145, dengan rerata ($\mu = 100$) dan standar deviasi atau simpangan baku ($\sigma = 15$). Berdasarkan kurva normal standar ini, kita dapat mengetahui proporsi secara umum masing-masing kategori tingkat IQ:

- 70 – 79 : Tingkat IQ rendah atau keterbelakangan mental
- 80 – 90 : Tingkat IQ rendah yang masih dalam kategori normal (Dull Normal)
- 91 – 110 : Tingkat IQ normal atau rata-rata
- 111 – 120 : Tingkat IQ tinggi dalam kategori normal (Bright Normal)
- 120 – 130 : Tingkat IQ superior
- 131 atau lebih : Tingkat IQ sangat superior atau jenius.

Sebagai contoh, orang-orang yang tingkat IQ-nya sangat superior atau jenius yakni di atas skor 130 hanya sebanyak $\pm 2,3\%$ dari populasi manusia.



Demikian penjelasan tentang pengertian kurva normal dan daerah kurva normal. Perlu ditegaskan di sini bahwa terdapat dua macam kurva normal, yaitu kurva normal biasa dan kurva normal standar. Kurva normal standar memiliki nilai rerata 0 dan standar deviasi 1. Nilai-nilai z Pada sesi selanjutnya, akan kita pelajari bagaimana membaca tabel distribusi normal standar. Silahkan melanjutkan pembelajaran ke bagian berikutnya yakni Membaca Tabel Distribusi Normal.