

DISTRIBUSI BINOMIAL

Distribusi Peluang untuk Data Diskret
(Pilah)



DISTRIBUSI BINOMIAL

- Distribusi Binomial: data diskrit (bukan kontinyu) yang dihasilkan dari eksperimen yang dikenal sebagai proses **Bernoulli**.
- Asumsi:
 1. Untuk setiap percobaan hanya terdapat dua kemungkinan: S (*berhasil*) & F (*gagal*).
 2. Jumlah percobaan (n) tertentu, merupakan bilangan bulat.
 3. Untuk setiap percobaan, hasilnya saling terpisah. Artinya hasil satu percobaan tidak berpengaruh pada percobaan berikutnya.
 4. $P(S) = p$ konstan. $P(F) = q = 1-p$. Nilai peluang adalah antara 0-1. Pada pelemparan koin, peluang munculnya gambar atau angka pada koin adalah $\frac{1}{2}$, karena satu dari dua kemungkinan.
 5. Percobaan-percobaan bersifat independen, hasil satu percobaan tidak dipengaruhi oleh hasil percobaan lainnya.
 6. Peluang berhasil (p) bersifat konstan dari percobaan ke percobaan.



DISTRIBUSI BINOMIAL

- Distribusi Binomial: data diskrit (bukan kontinyu) yang dihasilkan dari eksperimen yang dikenal sebagai proses **Bernoulli**.
- Asumsi:
 1. Untuk setiap percobaan hanya terdapat dua kemungkinan: S (*berhasil*) & F (*gagal*).
 2. Jumlah percobaan (n) tertentu, merupakan bilangan bulat.
 3. Untuk setiap percobaan, hasilnya saling terpisah. Artinya hasil satu percobaan tidak berpengaruh pada percobaan berikutnya.
 4. $P(S) = p$ konstan. $P(F) = q = 1-p$. Nilai peluang adalah antara 0-1. Pada pelemparan koin, peluang munculnya gambar atau angka pada koin adalah $\frac{1}{2}$, karena satu dari dua kemungkinan.
 5. Percobaan-percobaan bersifat independen, hasil satu percobaan tidak dipengaruhi oleh hasil percobaan lainnya.
 6. Peluang berhasil (p) bersifat konstan dari percobaan ke percobaan.



Peluang Diskret

- Lemparkan dua buah koin secara bersamaan, maka akan terdapat kemungkinan munculnya gambar (G) dan angka (A): GG, GA, AG, AA.
- Jika X = munculnya sisi gambar (G), maka:
Nilai $X = 0$, jika muncul AA
Nilai $X = 1$, jika muncul AG atau GA
Nilai $X = 2$, jika muncul GG
- Nilai X tersebut merupakan nilai yang dapat dibilang (dihitung dengan angka bulat), maka variabel X disebut sebagai variabel diskret (pilah).



Peluang Diskret

- Variabel acak diskret disimbolkan dengan huruf besar X, Y, dan Z, adapun nilai variabel-variabel tsb disimbolkan dengan huruf kecil x, y, z.
- Distribusi peluang variabel acak diskret merupakan cara menyajikan nilai peluang variabel acak diskret, ditulis sebagai $f(x) = P(X=x)$
- Peluang kejadian kumulatif X di mana nilai x lebih besar atau sama dengan x ditulis: $P(X) \geq x$
- Distribusi peluang variabel acak diskret dapat digambarkan dalam bentuk tabel, grafik, dan fungsi.



- **Contoh:** Lemparkan 1 keping logam sebanyak 3 kali. Munculnya gambar (G) merupakan variabel acak diskret, sehingga dapat ditentukan:
 - Ruang sampel (S) = {AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG}
 - Banyaknya anggota ruang sampel $n(S) = 8$
 - Tabel distribusi peluang untuk setiap nilai x :

Nilai x	Sampel	Banyaknya
0	AAA	$n_1 = 1$
1	AAG, AGA, GAA	$n_2 = 3$
2	AGG, GAG, GGA	$n_3 = 3$
3	GGG	$n_4 = 1$



- Dari tabel di atas, dapat diperoleh:

$$P(x = 0) = n_1/n(S) = 1/8$$

$$P(x = 1) = n_2/n(S) = 3/8$$

$$P(x = 2) = n_3/n(S) = 3/8$$

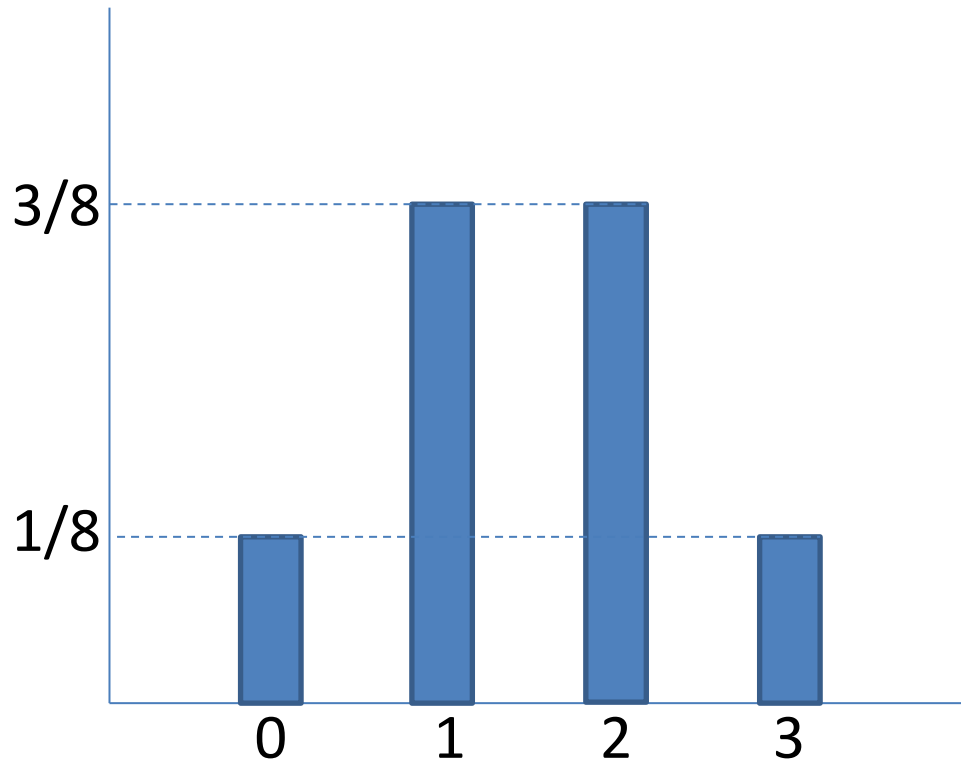
$$P(x = 3) = n_4/n(S) = 1/8$$

- Tabel distribusi peluang variabel acak X atau $P(X)$:

X = x	0	1	2	3	Jumlah
$P(X)$	1/8	3/8	3/8	1/8	1



- Grafik distribusi variabel acak X:



Rumus Peluang Binomial

- Variabel X merupakan variabel acak dari percobaan berdistribusi Binomial dengan n kali pengamatan. Besarnya peluang sukses pada percobaan Binomial tersebut dapat ditentukan dengan rumus:

$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x q^{n-x}$$

n = banyaknya percobaan

p = peluang sukses

q = peluang gagal ($1 - p = q$)

x = banyaknya sukses dalam n kali percobaan ($x = 0, 1, 2, \dots, n$)



- Tanda “!” menunjukkan **faktorial**.

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \times 2 = 2$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6, \text{ dst.}$$

- **Contoh 1:**

Sebuah koin dengan sisi angka dan gambar dilempar sebanyak **tiga kali**. Berapa peluang munculnya **sisi angka satu kali** dari ketiga pelemparan tersebut?

Jawab:

$$n = \text{banyaknya percobaan} = 3$$

$$p = \text{peluang sukses} = 0,5$$

$$q = \text{peluang gagal } (1 - p = q) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$x = \text{banyaknya sukses dalam } n \text{ kali percobaan} = 1$$



$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x q^{n-x}$$

$$P(X = 1) = \frac{3!}{(3-1)! 1!} 1/2^1 \cdot 1/2^{3-1}$$

$$P(X = 1) = \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3)}{(1 \cdot 2) 1} 1/2 \cdot 1/4$$

$$P(X = 1) = \frac{6}{2} 1/8$$

$$P(X = 1) = 3/8$$

Jadi, peluang munculnya sisi gambar sekali dalam tiga kali pelemparan koin adalah 3/8.



- Contoh 2:

Dalam kemasan kardus terdapat sejumlah buah jeruk. Peluang terpilihnya jeruk dalam keadaan baik adalah 80%. Jika diambil 3 buah jeruk secara acak, maka tentukan peluang mendapatkan 1 buah jeruk dalam keadaan busuk!

Jawab:

n = banyaknya percobaan = 3

p = peluang sukses = $100\% - 80\% = 20\% = 1/5$

q = peluang gagal ($1 - p = q$) = $1 - 1/5 = 4/5$

x = banyaknya sukses dalam n kali percobaan = 1



$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x q^{n-x}$$

$$P(X = 1) = \frac{3!}{(3-1)! 1!} 1/5^1 \cdot 4/5^{3-1}$$

$$P(X = 1) = \frac{(1.2.3)}{(1.2) 1} 1/5 \cdot 16/25$$

$$P(X = 1) = \frac{6}{2} 16/125$$

$$P(X = 1) = 3 \cdot 16/125$$

$$P(X = 1) = \mathbf{0,384}$$

Jadi, peluang didapat satu buah jeruk busuk dalam 3 kali pengambilan adalah **0,384**.



- Contoh 3:

Kemungkinan seorang balita belum diimunisasi campak adalah $1/5$. Di sebuah klinik terdapat 4 balita. Berapakah peluang 2 balita dari keempat balita tersebut belum mendapatkan imunisasi campak?

Jawab:

n = banyaknya percobaan = 4

p = peluang sukses = $1/5$

q = peluang gagal ($1 - p = q$) = $1 - 1/5 = 4/5$

x = banyaknya sukses dalam n kali percobaan = 2



$$P(X = x) = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x q^{n-x}$$

$$P(X = 2) = \frac{4!}{(4-2)! 2!} 1/5^2 \cdot 4/5^{4-2}$$

$$= \frac{(1.2.3.4)}{(1.2) 1.2} 1/25 \cdot 64/25$$

$$= \frac{24}{4} 16/625$$

$$= \mathbf{0,154}$$

Jadi, peluang 2 balita dari keempat balita tersebut belum mendapatkan imunisasi campak **0,154**.



- Contoh 4:

Kemungkinan seorang balita belum diimunisasi campak adalah $1/5$. Di sebuah klinik terdapat 4 balita.

Berapakah peluang lebih dari 2 balita tersebut belum mendapatkan imunisasi campak?

Jawab:

n = banyaknya percobaan = 4

p = peluang sukses = $1/5$

q = peluang gagal ($1 - p = q$) = $1 - 1/5 = 4/5$

x = banyaknya sukses dalam n kali percobaan

$x > 2$



$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$\begin{aligned} P(X = 3) &= \frac{4!}{(4-3)! 3!} 1/5^3 \cdot 4/5^{4-3} \\ &= \frac{(1.2.3.4)}{(1) 1.2.3} 1/125 \cdot 4/5 \\ &= \frac{24}{6} 4/625 \\ &= 0,026 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 4) &= \frac{4!}{(4-4)! 4!} 1/5^4 \cdot 4/5^{4-4} \\ &= \frac{(1.2.3.4)}{(1) 1.2.3.4} 1/625 \cdot 1 \\ &= \frac{24}{24} 1/625 \\ &= 0,002 \end{aligned}$$

Jadi, peluang >2 balita dari keempat balita tersebut belum mendapatkan imunisasi campak $0,026 + 0,002 = 0,028$.



Soal Latihan

1. Siswa menjawab 10 soal benar-salah.
 - a. Berapa peluang siswa dapat menjawab 6 soal dengan benar jika hanya dilakukan dengan menebak.
 - b. Berapa peluang siswa dapat mencapai nilai 60% menjawab 6 soal atau lebih dengan benar jika hanya dilakukan dengan menebak.



Soal Latihan

2. Siswa menjawab 10 soal benar-salah.
 - a. Berapa peluang siswa dapat menjawab 6 soal dengan benar jika hanya dilakukan dengan menebak.
 - b. Berapa peluang siswa dapat mencapai nilai 60% menjawab 6 soal atau lebih dengan benar jika hanya dilakukan dengan menebak.