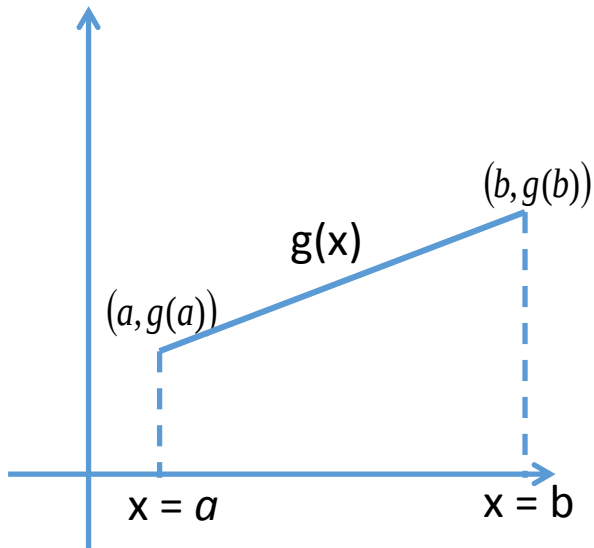


BAB VII

PANJANG KURVA DAN LUAS PERMUKAAN BENDA PUTAR

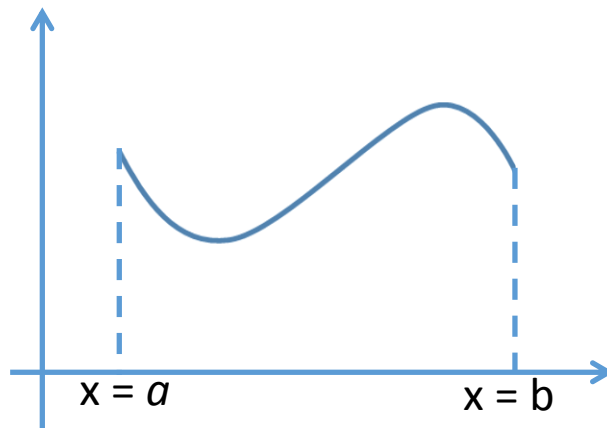
Perhatikan grafik berikut :



Panjang garis lurus dari titik $(a, g(a))$ dan $(b, g(b))$ dapat dihitung dengan menggunakan konsep teorema pythagoras.

$$d(A, B) = \sqrt{(g(b) - g(a))^2 + (b - a)^2}$$

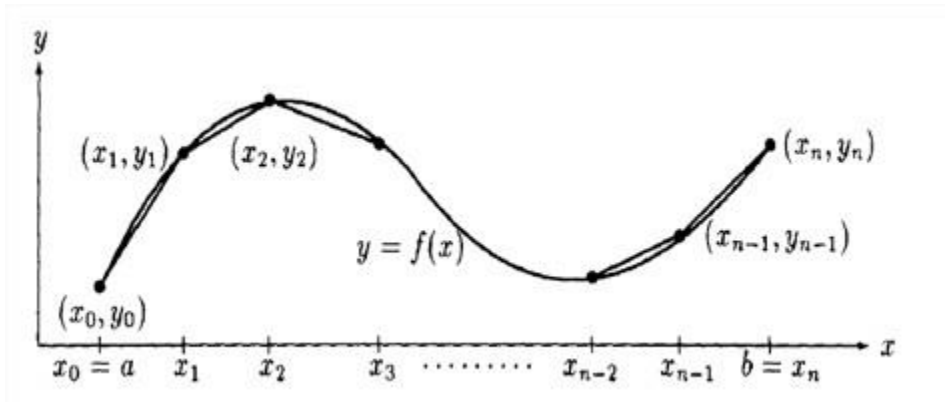
Dengan bekal teorema pythagoras, akan dicari panjang suatu kurva $y = f(x)$ dari $x = a$ sampai $x = b$.



Langkah-langkah :

1. Partisi kurva menjadi n bagian.

Misalkan $x_0 = a, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b$.



2. Selanjutnya masing-masing partisi didekati dengan panjang garis lurus. Misalkan titik-titik pada kurva adalah (x_i, y_i) dimana $y_i = f(x_i)$, pada interval ke- i $[x_{i-1}, x_i]$ maka diperoleh Panjang garis ke- i adalah

$$\sqrt{(y_i - y_{i-1})^2 + (x_i - x_{i-1})^2}$$

3. Akibatnya, total pendekatan panjang kurva adalah

$$s_n = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) \sqrt{\left(\frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}\right)^2 + 1}$$

4. Panjang kurva adalah

$$s = \int_a^b \sqrt{(f'(x))^2 + 1} dx$$

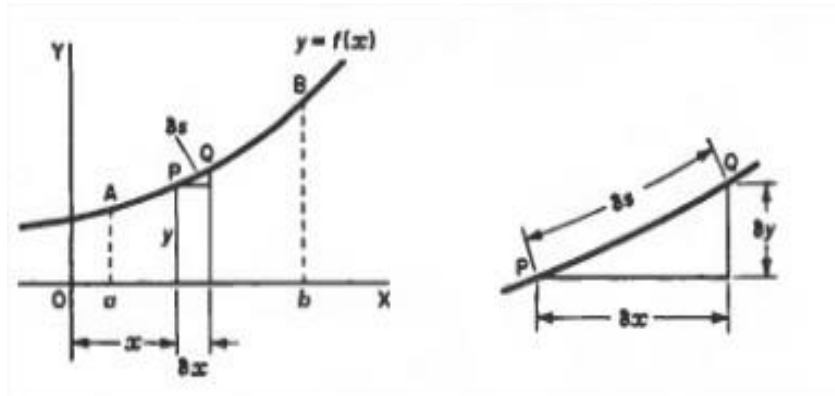
Luas Permukaan Benda Putar

Selanjutnya apabila kurva tersebut diputar sejauh 360° terhadap sumbu x , maka akan terbentuk luasan permukaan. Akan dihitung luas permukaan benda putarnya.

Langkah-langkah :

1. Partisi kurva menjadi n bagian.

Misalkan $x_0 = a, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b$.



2. Masing-masing partisi kemudian didekati dengan luasan selimut kerucut terpancung. Pada interval ke- i $[x_{i-1}, x_i]$, luas selimutnya adalah

$$\Delta L_i = \pi \{f(x_{i-1}) + f(x_i)\} \Delta s_i$$

dengan Δs_i adalah panjang kurva partisi ke- i .

3. Akibatnya, total pendekatan luas permukaan adalah

$$L_n = \sum_{i=1}^n \pi \{f(x_{i-1}) + f(x_i)\} \Delta s_i$$

4. Luas permukaan benda putar adalah

$$L = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{(f'(x))^2 + 1} dx$$