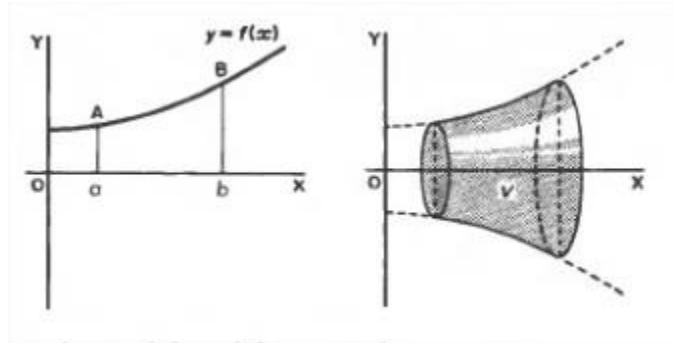


BAB VI

Volume Benda Putar

Diberikan kurva $y = f(x)$ fungsi positif. Akan dicari volume benda putar yang dibentuk dengan memutar daerah yang dibatasi fungsi f , sumbu x , garis $x = a$ dan $x = b$ terhadap sumbu X .

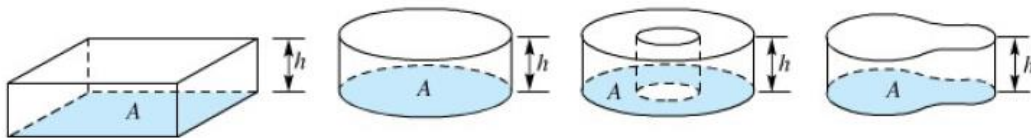


Gambar 1

METODE SLABS

Ide dari metode slabs adalah volume tabung.

Perhatikan benda-benda berikut :



Gambar 2

Keempat benda tersebut dapat dibentuk dengan menambahkan daerah yang sama dengan alasnya setinggi h satuan panjang. Oleh karena itu volume yang terbentuk adalah

$$V = A \cdot h$$

Untuk mencari volume benda putar, langkah-langkahnya adalah

1. Partisi interval menjadi n partisi.

$$\text{Misalkan } a = x_1 < x_2 < \dots < x_{n+1} = b$$

Panjang interval untuk masing-masing partisi adalah $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, i = 1, 2, \dots, n$.

2. Misalkan luas alas yang terbentuk pada masing-masing partisi adalah $A(x_i)$, maka volume benda putar pada interval $[x_i, x_{i+1}]$ dapat didekati dengan

$$\Delta V_i = A(x_i) \cdot \Delta x_i$$

3. Total volume benda putar dapat didekati dengan jumlahan rieman sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^n \Delta V_i = \sum_{i=1}^n A(x_i) \cdot \Delta x_i$$

4. Akibatnya, volume benda putar adalah

$$V = \int_a^b A(x) dx.$$

METODE CAKRAM (DISK)

1. Partisi interval menjadi n partisi.

Misalkan $a = x_1 < x_2 < \dots < x_{n+1} = b$

Panjang interval untuk masing-masing partisi adalah $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, i = 1, 2, \dots, n$.

2. Dibentuk persegi panjang yang mewakili masing-masing partisi. Lebar partisi adalah Δx_i dan panjang partisi adalah $f(\hat{x}_i), \hat{x}_i \in [x_i, x_{i+1}]$.
3. Jika masing-masing persegi panjang tersebut diputar sejauh 360° maka terbentuk tabung dengan jari-jari $f(\hat{x}_i)$ dan tinggi Δx_i . Akibatnya diperoleh volume tabung ke- i ,

$$\Delta V_i = \pi [f(\hat{x}_i)]^2 \Delta x_i$$

4. Hitung total volume n tabung tersebut.

$$\sum_{i=1}^n \Delta V_i = \sum_{i=1}^n \pi [f(\hat{x}_i)]^2 \Delta x_i$$

5. Volume benda putar diperoleh untuk $\Delta x_i \rightarrow 0$. Akibatnya diperoleh

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

METODE WASHER

Secara umum, jika batasan daerah yang akan diputar bukan sumbu X maka benda putar yang diperoleh mempunyai lubang.

Darisini metode washer dapat dianggap sebagai metode cakram jari-jari terluar dikurangi dengan metode cakram jari-jari dalam.

Misal diberikan dua fungsi $y = f(x)$ dan $y = g(x)$ dan $f(x) > g(x), x \in I$. Maka

$$V = \pi \int_a^b \{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\} dx$$