

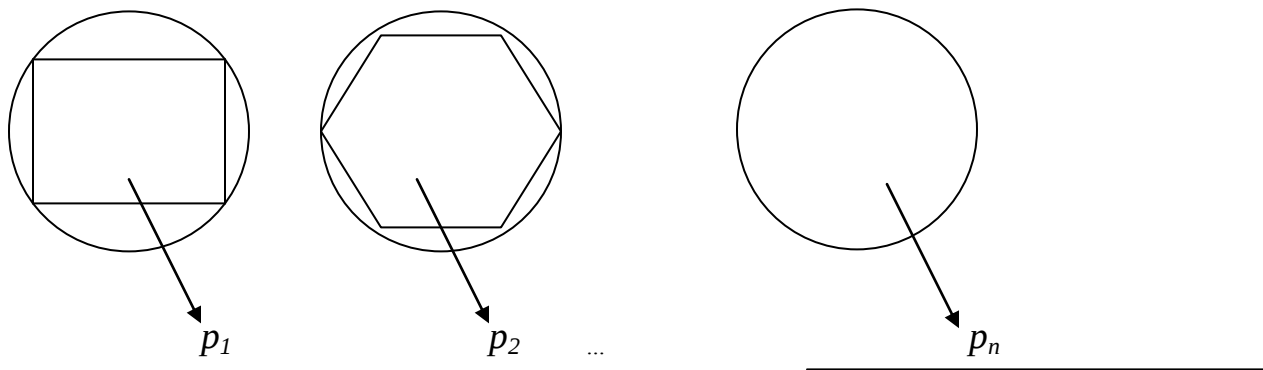


PERTEMUAN II

Polygon

Polygon adalah gambar tertutup di bidang yang dibatasi oleh ruas – ruas garis lurus.

Polygon dalam

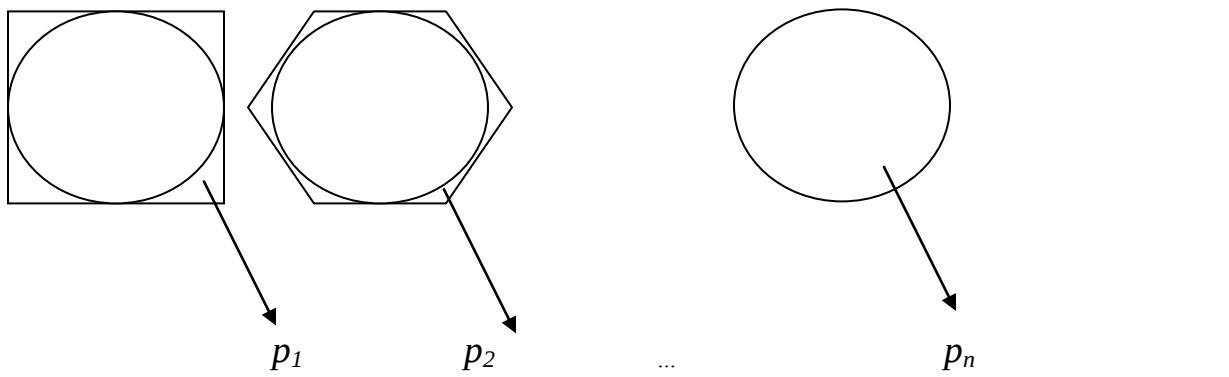


luas lingkaran adalah limit untuk $n \rightarrow \infty$ dari luas P_n

$L(F)$ = luas suatu daerah F

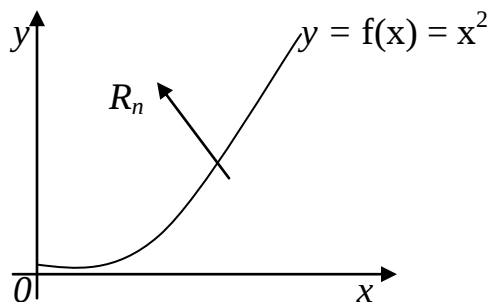
$$L(\text{lingkaran}) = \lim_{n \rightarrow \infty} L(P_n)$$

Polygon luar

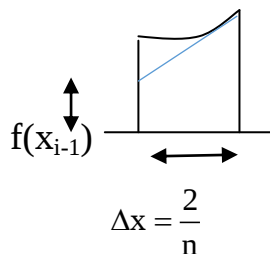




Luas menurut polygon dalam



Luas daerah di bawah kurva $f(x) = x^2$ dari $x = 0$ hingga $x = 2$ dapat dihitung menggunakan polygon dalam. Susun n buah polygon dengan membuat n buah partisi pada interval $[0,2]$, dan polygon ke- i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ mempunyai lebar $\Delta x = \frac{2}{n}$ dan tinggi $f\left(\frac{2(i-1)}{n}\right)$.



Gambar 1. Polygon ke- i

$$L(R_n) = f(x_0) \Delta x + f(x_1) \Delta x + \dots + f(x_{n-1}) \Delta x$$

=

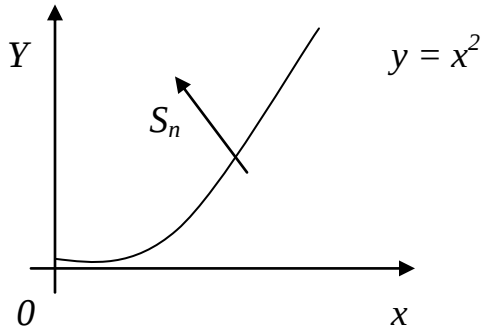
=

Jadi $L = \lim_{n \rightarrow \infty}$

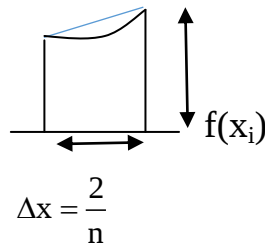
=



Luas menurut polygon luar



Luas daerah di bawah kurva $f(x) = x^2$ dari $x = 0$ hingga $x = 2$ dapat dihitung menggunakan polygon luar. Susun n buah polygon dengan membuat n buah partisi pada interval $[0,2]$, dan polygon ke- i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ mempunyai lebar $\Delta x = \frac{2}{n}$ yaitu dan tinggi $f\left(\frac{2i}{n}\right)$.



Gambar 2. Polygon ke – i

$$L(S_n) = f(x_1) \Delta x + f(x_2) \Delta x + \dots + f(x_n) \Delta x$$

$$=$$

$$=$$

$$\text{Jadi } L = \lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$=$$



Jumlah Riemann

Jumlah Riemann (R_p) didefinisikan dengan :

$$R_p = \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

Dengan f adalah sebarang fungsi (tidak harus kontinu), $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, dan $\bar{x}_i$ merupakan sebarang titik sampel pada selang Δx_i .

Contoh :

Hitung jumlah Riemann R_p dari

$$f(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 4) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

pada selang $[0,5]$ dengan menggunakan partisi P dengan titik-titik partisi yaitu $x_1 = 1,1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3,2$, $x_4 = 4$, $x_5 = 5$ dan titik-titik sampel $\bar{x}_1 = 0,5$, $\bar{x}_2 = 1,5$; $\bar{x}_3 = 2,5$; $\bar{x}_4 = 3,6$; $\bar{x}_5 = 5$

Jawaban:

Titik-titik partisi : $0 < 1,1 < 2 < 3,2 < 4 < 5$, sehingga

$$\Delta x_1 = 1,1 - 0 = 1,1$$

$$\Delta x_2 = 2 - 1,1 = 0,9$$

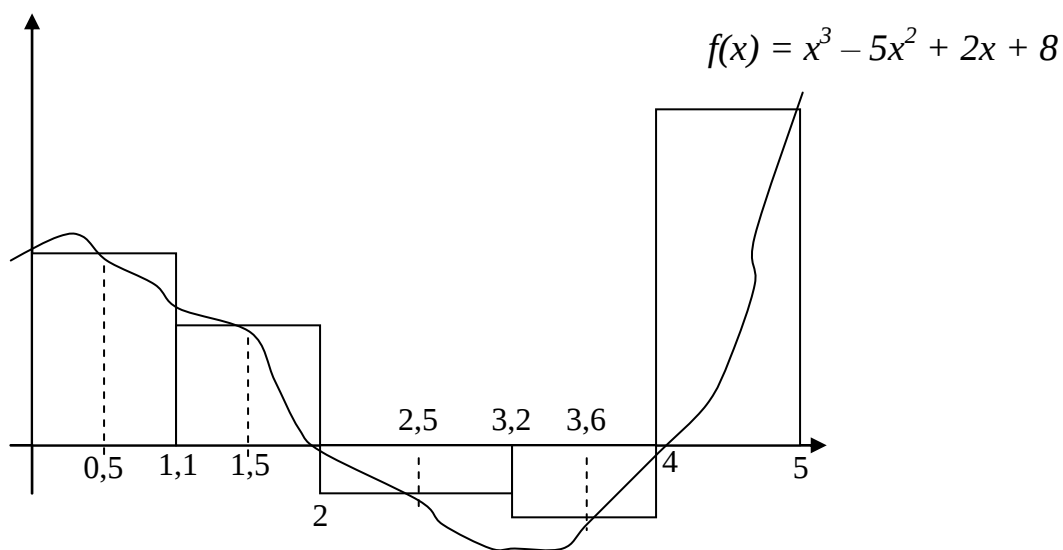
$$\Delta x_3 = 3,2 - 2 = 1,2$$

$$\Delta x_4 = 4 - 3,2 = 0,8$$

$$\Delta x_5 = 5 - 4 = 1$$



UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
 Alamat: Karangmalang , Yogyakarta 55281, Telp. 5548203 HP. 081578984400



Gambar 1. Luas daerah dengan jumlah Riemann

$$\begin{aligned}
 R_p &= \sum_{i=1}^5 f(\bar{x}_i) \cdot \Delta x_i \\
 &= f(\bar{x}_1) \cdot \Delta x_1 + f(\bar{x}_2) \cdot \Delta x_2 + f(\bar{x}_3) \cdot \Delta x_3 + f(\bar{x}_4) \cdot \Delta x_4 + f(\bar{x}_5) \cdot \Delta x_5 \\
 &= f(0,5)(1,1) + f(1,5)(0,9) + f(2,5)(1,2) + f(3,6)(0,8) + f(5)(1) \\
 &= 23,9698
 \end{aligned}$$